

## 2026학년도 모의논술고사

# 자연계열

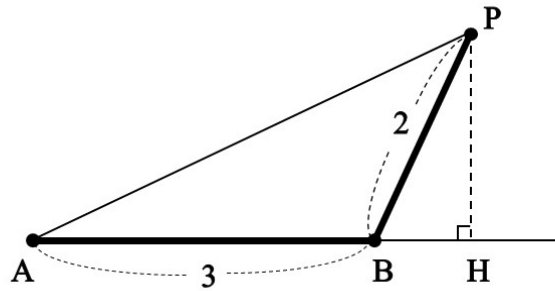


성명	
전형	
수험번호	

[문항 1] 【제시문】을 읽고 물음에 답하시오.

【 제시문 】

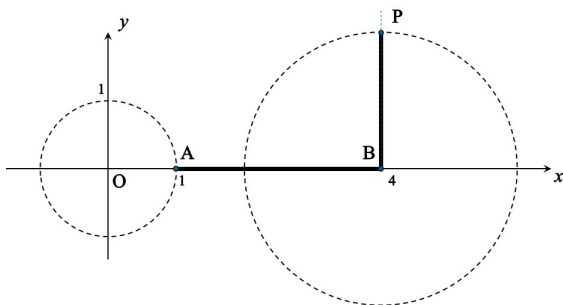
(가) [그림 1]과 같이 길이가 3인 고정된 막대 AB 끝에 길이가 2인 막대 BP가 연결되어 있다. 점 P에서 막대 AB 또는 그 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하고,  $\angle ABP = \theta$ 라 두자. (단,  $0 < \theta < \pi$ )



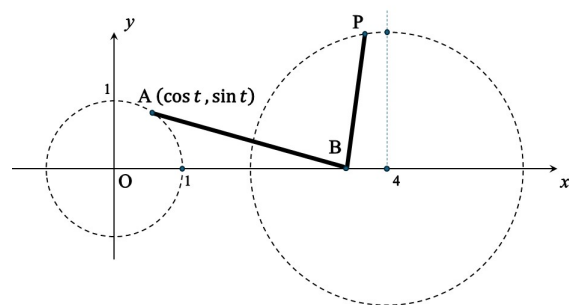
[그림 1]

이때, 삼각형 ABP의 외접원의 반지름의 길이를  $R$ , 삼각형 ABP와 삼각형 AHP의 넓이를 각각  $S_1$ ,  $S_2$ 라 하자.

(나) 점 B에 연결되어 있는 길이가 3인 막대 AB와 길이가 2인 막대 BP가 있다. 중심이 원점이고 반지름의 길이가 1인 원을  $C_1$ , 중심이  $(4,0)$ 이고 반지름의 길이가 2인 원을  $C_2$ 라 하자. [그림 2]와 같이 시각  $t=0$ 일 때 점 A, 점 B, 점 P는 각각  $(1,0)$ ,  $(4,0)$ ,  $(4,2)$ 에 위치하고, 시각  $t$ 에서 [그림 3]과 같이 점 A, 점 B, 점 P는 각각 원  $C_1$ ,  $x$ 축, 원  $C_2$  위에 위치한다. 점 A의 시각  $t$ 에서의 좌표는  $(\cos t, \sin t)$ 이다. 시각  $t$ 일 때 원점과 점 P 사이의 거리의 제곱을  $f(t)$ 라 하자. 한편,  $t=t_0$ 일 때 직선 AB가 처음으로 원  $C_1$ 에 접한다. (단, 두 막대의 길이는 변하지 않으며 점 P는 제1사분면 위의 점이다.)



[그림 2]



[그림 3]



# 2026학년도 자연계열 모의논술고사 자연계열

[문제 1-1] (20점) 제시문 (가)에 관한 물음에 답하시오.

(1) (8점) 다음 극한을 조사하시오.

$$\lim_{\theta \rightarrow \pi^-} \frac{S_1}{S_2}$$

(2) (12점)  $\frac{\pi}{6} \leq \theta \leq \frac{5\pi}{6}$ 인  $\theta$ 에 대하여  $R$ 이 최솟값을 가질 때  $\sin \theta$ 의 값을 구하시오.

[문제 1-2] (30점) 제시문 (나)에 관한 물음에 답하시오.

(1) (8점)  $\cos t_0$ 의 값을 구하시오.

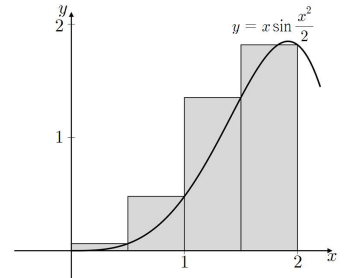
(2) (12점)  $f'(t_0)$ 의 값을 구하시오.

(3) (10점) 점 P가 나타내는 도형은 원의 일부이다. 그 길이를 구하시오.

[문항 2] 【제시문】을 읽고 물음에 답하시오.

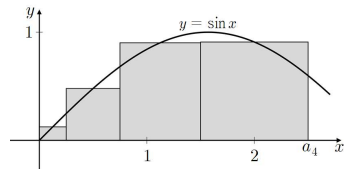
### 【 제시문 】

(가) 정적분의 치환적분법  $\int_a^b f(g(x))g'(x)dx = \int_{g(a)}^{g(b)} f(u)du$ 은 정적분과 급수의 합 사이의 관계를 통해 이해할 수 있다. 닫힌구간  $[0, c]$ 에서  $y = f(g(x))g'(x) > 0$ 라 하고, 도형의 넓이  $S = \int_0^c f(g(x))g'(x)dx$ 를 급수의 합으로 구해 보자. 구간  $[0, c]$ 를  $n$  등분한 후, 각 소구간의 길이  $\frac{c}{n}$ 를 밑변으로 하고 각 소구간의 오른쪽 끝점에서의  $y$ 의 값을 높이로 하는 직사각형의 넓이의 합을  $R_n$ 이라 하자. 그러면  $R_n = \frac{c}{n} \sum_{k=1}^n f\left(g\left(\frac{kc}{n}\right)\right)g'\left(\frac{kc}{n}\right)$ 이다.



[그림 4]

다. 이때,  $k$ 번째 소구간에서의 직사각형은 밑변의 길이가  $\frac{c}{n}$ 이고 높이가  $f\left(g\left(\frac{kc}{n}\right)\right)g'\left(\frac{kc}{n}\right)$ 이다. 이 직사각형을 밑변의 길이가  $\frac{c}{n}g'\left(\frac{kc}{n}\right)$ 이고 높이가  $f\left(g\left(\frac{kc}{n}\right)\right)$ 인 직사각형으로 변환한 것을 ‘변환 직사각형’이라 하자. 각 소구간에 대한 ‘변환 직사각형’을 직선  $x = g(0)$ 의 오른쪽으로 밑변이  $x$ 축 위에 놓이도록 차례로 붙였을 때, 맨 마지막 직사각형의 오른쪽 변의  $x$ 좌표를  $a_n$ 이라 하자. 이때 첫 번째 ‘변환 직사각형’의 왼쪽 변은  $x = g(0)$ 에 놓인다. [그림 4]는 닫힌구간  $[0, 2]$ 에서  $f(x) = \sin x$ ,  $g(x) = \frac{x^2}{2}$ 일 때  $R_4$ 의 직사각형들을 나타내고, [그림 5]는  $R_4$ 의 각 직사각형에 대응하는 ‘변환 직사각형’과  $a_4 (= 2.5)$ 를 나타낸다.



[그림 5]

(나) 치환적분법을 이용하면 함수의 그래프가 원점에 대하여 대칭인 함수에 대한 간단한 적분 공식을 구할 수 있다. 함수  $f(x)$ 의 그래프가 원점에 대하여 대칭이라고 하자. 즉  $f(-x) = -f(x)$ 라고 하자.  $x = -t$ 로 놓으면 치환적분법에 의하여 다음을 얻는다.

$$\int_{-a}^0 f(x)dx = \int_a^0 f(-t)(-1)dt = \int_a^0 f(t)dt = -\int_0^a f(t)dt$$

따라서

$$\int_{-a}^a f(x)dx = \int_{-a}^0 f(x)dx + \int_0^a f(x)dx = -\int_0^a f(x)dx + \int_0^a f(x)dx = 0$$

이다. 함수  $f(x)$ 의 그래프가  $y$ 축에 대하여 대칭일 때, 즉  $f(-x) = f(x)$ 이면 치환적분법을 이용하여

$$\int_{-a}^a f(x)dx = 2\int_0^a f(x)dx$$

를 얻을 수 있다.

한편, 모든 연속함수  $f(x)$ 에 대하여  $g(x) = f(x) - f(-x)$ 라 하면  $g(-x) = -g(x)$ 이므로 함수  $g(x)$ 의 그래프는 원점에 대하여 대칭이고,  $h(x) = f(x) + f(-x)$ 라 하면  $h(-x) = h(x)$ 이므로 함수  $h(x)$ 의 그래프는  $y$ 축에 대하여 대칭이다. 이를 이용하면 함수  $f(x)$ 는 함수의 그래프가 원점에 대하여 대칭인 함수  $f_O$ 와 함수의 그래프가  $y$ 축에 대하여 대칭인 함수  $f_E$ 의 합으로 나타낼 수 있다. 즉,  $f(x) = f_O(x) + f_E(x)$ 이며,  $f_O$ 와  $f_E$ 는 유일하게 결정된다.



# 2026학년도 자연계열 모의논술고사 자연계열

[문제 2-1] (30점) 닫힌 구간  $[0, 2]$ 에서  $f(x) = \sin x$ ,  $g(x) = \frac{x^2}{2}$ , 도형의 넓이  $S = \int_0^2 x \sin \frac{x^2}{2} dx$ 에

대하여, 제시문 (가)에 관한 물음에 답하시오.

(1) (10점)  $a_7$ 의 값을 구하시오.

(2) (8점)  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값을 구하시오.

(3) (12점)  $\sum_{n=2}^{2026} \frac{a_n}{n^2 - 1}$ 의 값을 구하시오.

[문제 2-2] (20점) 제시문 (나)에 관한 물음에 답하시오.

(1) (12점)  $f(x) = \frac{\cos x}{1 + \sec x + \tan x}$ 일 때,  $\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} f(x) dx$ 의 값을 구하시오.

(2) (8점)  $f(x) = \frac{\cos x}{1 + \sec x + \tan x}$ 일 때, 1 이상의 실수  $t$ 에 대하여  $g(t) = \int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} f\left(\frac{x}{3^{t-1}}\right) dx$ 라 하자.

$\lim_{t \rightarrow \infty} g(t)$ 를 조사하시오.